Bestimmung der Kennwerte von Tunneldioden

INAUGURALDISSERTATION

zur Erlangung der philosophischen Doktorwürde
vorgelegt der Philosophisch-Naturwissenschaftlichen Fakultät
der Universität Basel

von

ULRICH SPYCHER
aus Köniz BE

1962

Buchdruckerei Birkhäuser AG., Basel
1963

Bestimmung der Kennwerte von Tunneldioden

INAUGURALDISSERTATION

zur Erlangung der philosophischen Doktorwürde
vorgelegt der Philosophisch-Naturwissenschaftlichen Fakultät
der Universität Basel

von

ULRICH SPYCHER
aus Köniz BE

Buchdruckerei Birkhäuser AG., Basel
1963

Genehmigt von der Philosophisch-Naturwissenschaftlichen Fakultät auf Antrag der Herren Professoren Dr. E. BALDINGER und Dr. P. HUBER.

Basel, den 6. Februar 1962

Prof. Dr. M. EICHLER
Dekan

Sonderabdruck aus Helvetica Physica Acta, 36. Jahrgang, Heft 3, 1963

Bestimmung der Kennwerte von Tunneldioden

Als die ersten Tunneldioden in Laborausführungen erhältlich waren, galten unsere Messungen ihrem Impulsverhalten. Dabei beobachteten wir Verzögerungseffekte, die zwar qualitativ erklärt werden konnten[1]), es aber angezeigt erscheinen liessen, den Kenngrössen dieser Elemente detailliertere Untersuchungen zu widmen. Daraus ist die vorliegende Arbeit entstanden. Die darin enthaltenen quantitativen Angaben und Messungen beschränken sich auf Germaniumdioden, die grundsätzlichen Überlegungen gelten jedoch auch für Dioden aus anderen Materialien.

1. Gleichstromkennlinie

Der Verlauf der Gleichstromkennlinie (Figur 1a) und insbesondere der Spitzenstrom als Schwellenwert sind für die Anwendungen von grosser Bedeutung. Die Theorie der Kennlinie soll im folgenden dargestellt und daraus auf das Temperaturverhalten von I_p geschlossen werden.

1.1. Theorie der Kennlinie

Links vom Punkt A (vgl. Figur 1a) ist der Strom durch innere Feldemission (Tunneleffekt) gegeben und kann in folgender Form dargestellt werden[2])[3]):

$$I = K\, F^r\, P\, J. \tag{1}$$

Darin bedeutet K eine materialabhängige Konstante, F das Feld in der Raumladungszone, P die Tunnelwahrscheinlichkeit und J das sogenannte Esaki-Integral (vgl. (3)). Je nach den zugrunde gelegten Annahmen erhält man für den Exponenten r Werte zwischen 1 und 3.

Die Tunnelwahrscheinlichkeit ist in guter Näherung gegeben durch[3])

$$P = \exp\left(-\frac{\pi^2\,(m^*)^{1/2}\,\Delta E^{3/2}}{e\,h\,F}\right) \tag{2}$$

mit dem Planck'schen Wirkungsquantum h, der Elementarladung e und der Breite der verbotenen Zone ΔE. Über den genauen Wert der in (2) einzusetzenden effektiven Masse m^* herrscht Unsicherheit. m^* bestimmt sich aus einer Kombination der effekti-

ven Massen von Elektronen und Löchern. In der Literatur findet man – entsprechend den verschiedenen Approximationen – für Ge-Angaben zwischen 0,1 m_0 bis 0,4 m_0, wobei die experimentell ermittelten Werte im allgemeinen höher liegen als die theoretisch abgeschätzten[3)4)].

Bei Tunneldioden sind sowohl n- wie p-Seite über die Entartungsgrenze dotiert. Bei kleinen Vorspannungen erfolgen deshalb die Elektronenübergänge zwischen dem Leitungsband der n-Seite und dem Valenzband der p-Seite in beiden Richtungen (Esaki-Strom I_{pn} und Zener-Strom I_{np} gemäss Figur 1b). Der Zuwachs $dI_{pn}(E)$ bzw. $dI_{np}(E)$ je Änderung dE ist für jeden Energiewert E durch das Produkt aus der Zahl der dort verfügbaren Elektronen und der Anzahl der auf der anderen Seite vorhandenen unbesetzten Zustände gegeben. Unter der Voraussetzung gleicher Tunnelwahrscheinlichkeit für Übergänge in beiden Richtungen lassen sich die Integrale für den Gesamtstrom zum Esaki-Integral J zusammenfassen:

$$J = \int_{E_l}^{E_v} \{f_l(E) - f_v(E)\}\, \varrho_l(E)\, \varrho_v(E)\, dE \tag{3}$$

mit den Fermi-Verteilungen $f_l(E)$ und $f_v(E)$ für das Leitungsband bzw. Valenzband, den Zustandsdichten $\varrho_l(E)$ bzw. $\varrho_v(E)$ und den Bandrändern E_l und E_v (Figur 1b)[5)6)7)].

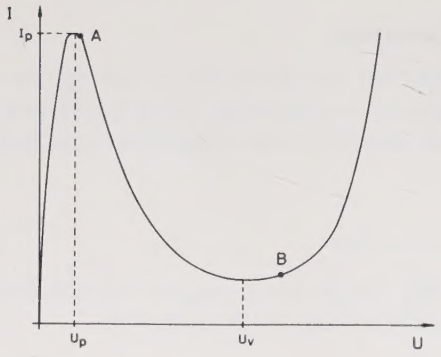

Fig. 1a
Gleichstromkennlinie

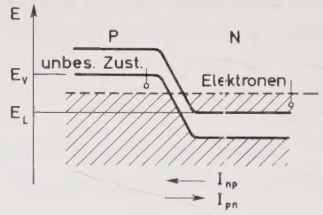

Fig. 1b
Bändermodell und Teilströme

Bei grösseren negativen Vorspannungen fliesst praktisch nur noch der Zener-Strom I_{np} und das Esaki-Integral darf in erster Näherung proportional zur Spannung gesetzt werden (vgl. Abschnitt 4.2.1.). Für positive Vorspannungen $< 150 \ldots 200$ mV ist es jedoch gerade dieses Integral, das der Kennlinie ihr Gepräge gibt. Entsprechend seinem Verlauf wäre rechts vom Punkt A (Figur 1a) ein steilerer Stromabfall, praktisch bis auf Null, zu erwarten. Es scheint heute hinlänglich gesichert, dass der im Gebiet A–B auftretende Zusatzstrom, der sogenannte Exzeß-Strom, durch Tunnelprozesse über Störterme in der verbotenen Zone hervorgerufen wird. Sein Verlauf lässt sich durch einen ähnlichen Ansatz wie für den Tunnelstrom erfassen[8)9)].

Rechts vom Punkt B geht die Kennlinie bei steigender Spannung allmählich in diejenige einer normalen vorwärtsgepolten Flächendiode über, für die der bekannte Zusammenhang

$$I = I_s \left\{ \exp\left(\frac{e\,U}{k\,T}\right) - 1 \right\} \tag{4}$$

gilt.

1.2. Temperaturverhalten des Spitzenstromes

Bei Dioden verschiedener Herkunft wurde der Spitzenstrom im Temperaturbereich von 0 bis 60° C gemessen. Dabei ergab sich, dass Dioden ein und desselben Herstellers meistens einen ähnlichen Temperaturgang zeigen. Zwischen den verschiedenen Fabrikaten stellt man jedoch erhebliche Unterschiede fest. In Figur 2 ist der Verlauf für drei Diodentypen dargestellt*). Es soll im folgenden gezeigt werden, dass dieses Verhalten qualitativ verstanden werden kann. Wir untersuchen dazu die Temperaturabhängigkeit der einzelnen Faktoren in Gleichung (2). Zunächst betrachten wir das Esakiintegral:

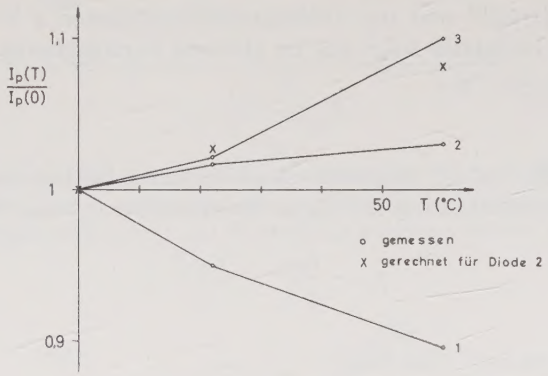

Fig. 2
Temperaturkoeffizient
1 Clevite Labordiode, 2 Standard JK 10 A, 3 Bell Labordiode

Bei entarteten Halbleitern ist die Lage des Ferminiveaus nur schwach temperaturabhängig, d.h. die Zahl der freien Ladungsträger bleibt praktisch konstant. Hingegen ändert sich ihre Energieverteilung. Bei steigender Temperatur stehen im Intervall $E_l \ldots E_v$ im Leitungsband weniger Elektronen und im Valenzband weniger freie Plätze zur Verfügung, so dass der Wert des Integrals (3) abnimmt. Wie von WINSTEL gezeigt wurde[9]) kann Gleichung (3) in erster Näherung wie folgt dargestellt werden:

$$J \approx J' = (Z_n + Z_p - e\,U)^2 \cdot \tanh\left(\frac{e\,U}{4\,k\,T}\right) \tag{5}$$

*) In der Literatur findet man ebenfalls Messungen und Abschätzungen, die auf einen positiven oder negativen Temperaturkoeffizienten führen[4])[8])[9])[10]).

wobei Z_n bzw. Z_p den Abstand des Ferminiveaus vom entsprechenden Bandrand angibt. Damit ist $J(T)$ näherungsweise analytisch gegeben.

Die Tunnelwahrscheinlichkeit P ist wegen der variablen Breite der verbotenen Zone ebenfalls temperaturabhängig. Um über P quantitative Aussagen machen zu können, muss Gleichung (2) vorerst umgeformt werden:

Über der Raumladungszone liegt die Spannung

$$V = V_i - U = \frac{1}{e}\,(\Delta E + Z_n + Z_p) - U\,.$$

Aus typischen Werten für Ge (Z_n bzw. Z_p 40...100 meV, $U_p = 35...100$ mV, $\Delta E =$ 660 meV) schliessen wir, dass für die Spitzenspannung näherungswiese gilt

$$V_p \approx \frac{\Delta E}{e}\,.$$

Bei einem abrupten p-n-Übergang erhält man für die Breite der Raumladungszone d

$$d = \left(\frac{2\,\varepsilon\,V\,(p+n)}{e\,n\,p}\right)^{1/2} = \left(\frac{2\,\varepsilon\,V}{e}\right)^{1/2}\left(\frac{1}{n}+\frac{1}{p}\right)^{1/2} = \left(\frac{2\,\varepsilon\,V}{e}\right)^{1/2} x$$

mit $x = [(1/n) + (1/p)]^{1/2}$ und der Dielektrizitätskonstanten ε in MKS-Einheiten. Für die maximale Feldstärke folgt aus der gleichen Voraussetzung

$$F_{max} = \frac{2\,V}{d}\,.$$

Gleichung (2) beruht auf der Annahme eines konstanten Feldes. CHYNOWETH et al.[3]) fanden beste Übereinstimmung mit ihren Messresultaten, wenn für die Feldstärke

$$F = \frac{F_{max}}{\sqrt{2}} = \frac{V\sqrt{2}}{d}$$

gesetzt wurde.

Das heisst mit unserer Näherung:

$$F = \sqrt{2}\left(\frac{e\,V}{2\,\varepsilon}\right)^{1/2}\frac{1}{x} \approx \left(\frac{\Delta E}{\varepsilon}\right)^{1/2}\frac{1}{x}\,.$$

Die Tunnelwahrscheinlichkeit ergibt sich damit zu

$$P = \exp\left(-\frac{\pi^2\,(m^*)^{1/2}\,\varepsilon^{1/2}\,\Delta E\,x}{e\,h}\right). \tag{6}$$

Zwischen $\ln(I_p)$ und x ist also ein linearer Zusammenhang zu erwarten. Von FURUKAWA sind entsprechende Messungen für die Spitzenstromdichte veröffentlicht worden[11]). Bemerkenswert ist in diesem Zusammenhang, dass unter der Annahme einer effektiven Masse $m^* = 0{,}1\ m_0$ die von FURUKAWA gemessene Steigung $[\Delta \ln(I_p/A)]/\Delta x$ einer verbotenen Zone $\Delta E = 580$ meV entspricht. Dies ist in guter Übereinstimmung mit dem von WINSTEL und HEYWANG für solche Dotierungen und diesem m^* berechneten Wert[12]). Der Parameter x in Gleichung (6) kann somit der Arbeit von FURUKAWA entnommen werden, vorausgesetzt, dass wir die Junctionfläche unserer Dioden kennen. Diese lässt sich aber mit Hilfe einer Kapazitätsmessung ermitteln:

Bei einem abrupten Übergang ist die Raumladungskapazität pro Flächeneinheit ebenfalls eine Funktion von x:

$$\frac{C}{A} = \frac{\varepsilon}{d} = \left(\frac{e\,\varepsilon}{2\,V}\right)^{1/2} \frac{1}{x}, \qquad (A = \text{Junctionfläche}) \tag{7}$$

das heisst

$$\frac{x}{A} = \left(\frac{e\,\varepsilon}{2\,V}\right)^{1/2} \frac{1}{C}. \tag{8}$$

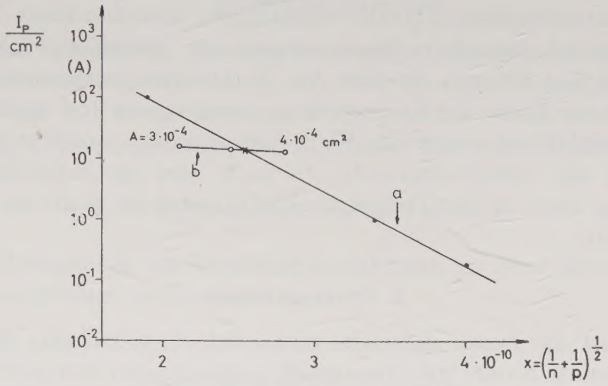

Fig. 3

Spitzenstromdichte in Funktion der Dotierung (As) für Ge-Dioden

a nach FURUKAWA[11]), b aus den gemessenen Grössen I_p und C mit der Junctionfläche A als Parameter

Der Schnittpunkt von a) und b) liefert die gesuchten Grössen x und A.

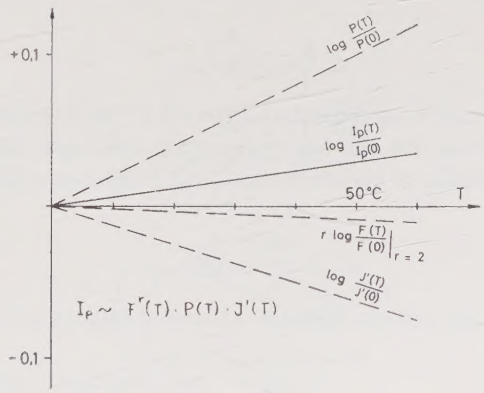

Fig. 4

Temperaturverhalten des Spitzenstromes I_p, gerechnet für Diode 2

Aus den gemessenen Grössen I_p und C (siehe Abschnitt 4.1. und 4.2.2.) lassen sich mit Hilfe von Gleichung (8) und dem in Figur 3 wiedergegebenen Zusammenhang

$\ln (I_p/A) = f(x)$ die Werte x und A graphisch bestimmen und daraus der Temperaturgang der Tunnelwahrscheinlichkeit berechnen.

Der Faktor F^r ist von viel geringerem Einfluss als Esaki-Integral und Tunnelwahrscheinlichkeit. In Figur 4 sind die einzelnen Beiträge sowie der resultierende Temperaturkoeffizient des Spitzenstromes für die Versuchsdiode Nr. 2 (Standard JK 10A, $I_p = 4{,}9$ mA, $U_p = 42$ mV) eingetragen.

Man sieht, dass sich das Temperaturverhalten im wesentlichen aus der Differenz des Einflusses der Tunnelwahrscheinlichkeit und demjenigen des Esaki-Integrals zusammensetzt. Beide Anteile sind von gleicher Grössenordnung, weshalb der resultierende Temperaturkoeffizient positiv oder negativ ausfallen kann. Die aus Figur 4 folgenden Werte sind ebenfalls in Figur 2 eingetragen. Die mässige Übereinstimmung erklärt sich zum Teil dadurch, dass die Art des Dotierungsmaterials sowie der Herstellungsprozess der Diode die Feldverteilung beeinflussen und damit stark auf die Tunnelwahrscheinlichkeit einwirken. Nicht berücksichtigt wurde zudem die Druckempfindlichkeit des Spitzenstromes[4]). Je nach dem mechanischen Aufbau der Diodenhalterung kann sie den Temperaturkoeffizienten im positiven oder negativen Sinn beeinflussen.

2. Ersatzschema

In Figur 5 ist das heute allgemein verwendete Ersatzschema der Tunneldiode dargestellt. Es wurde bereits von SOMMERS[13]) vorgeschlagen und stellt eine gute erste Näherung dar. Die Kapazität C und der Widerstand R_j charakterisieren den eigentlichen p-n-Übergang. C ist als Raumladungskapazität nach einem Wurzelgesetz von der Spannung abhängig. Für grosse Ströme im Diodenast der Kennlinie kommt allerdings noch eine merkliche Diffusionskapazität dazu. $R_j = dU/dI$ ändert sich entsprechend dem Verlauf der Gleichstromkennlinie sehr stark. Es ist für $U < U_p$ positiv, für $U_p < U < U_v$ negativ und nähert sich schliesslich dem Wert

$$R_{jd} = \frac{k\,T}{e\,I}.$$

Der Zuleitungswiderstand r_s und die Induktivität L_s stellen den Einfluss der Bahngebiete und der Halterung dar. Sie sind praktisch unabhängig vom Arbeitspunkt. Das Ersatzschema ist allenfalls zu ergänzen durch die Schaltkapazität C_s.

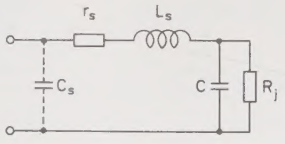

Fig. 5
Ersatzschema

Bei den heute käuflichen Ge-Dioden mit Spitzenströmen im Gebiet von 1 bis 10 mA beträgt C 2 bis 50 pF. Der minimale negative Wert von R_j liegt zwischen 100 Ω und 10 Ω. r_s ist normalerweise $< 1\ \Omega$ und L_s beträgt je nach Halterung 0,5 bis 10 nH.

3. Stabilitätsbetrachtung

Eine ins Gebiet des negativen Widerstandes vorgespannte Tunneldiode entdämpft die mit ihr gekoppelte Schaltung und verursacht deshalb unter bestimmten Voraussetzungen Instabilitäten. Es soll im folgenden anhand von Näherungslösungen der Differentialgleichung untersucht werden, unter welchen Bedingungen sich ein Arbeitspunkt im fallenden Teil der Kennlinie stabil einstellen lässt und welcher Art andernfalls die Instabilitäten sind.

3.1. Differentialgleichung

Speist man die Tunneldiode aus einer Spannungsquelle über den Innenwiderstand R_u und die Verdrahtungsinduktivität L_u, so erhält man für Wechselstromgrössen das Schema nach Figur 6. Die nichtlineare Diodenkennlinie denken wir uns um den Arbeitspunkt U_0, I_0 in eine Potenzreihe entwickelt. Für kleine Änderungen i_D und u ergibt sich somit

$$i_D = P_n(u) = \alpha\, u + \beta\, u^2 + \gamma\, u^3 + \dots \tag{9}$$

Die Spannungsabhängigkeit der Diodenkapazität kann für diese kleinen Abweichungen von U_0 vernachlässigt werden.

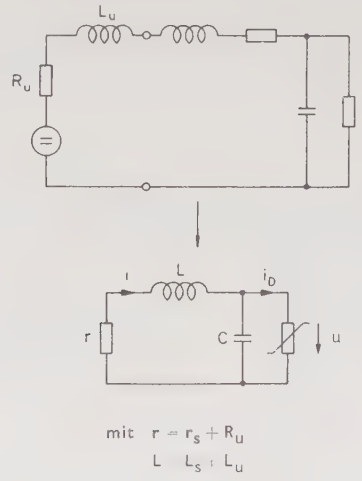

Fig. 6
Wechselstromschema für Stabilitätsbetrachtung

Aus den beiden Maschengleichungen (Figur 6)

$$r\, i + L\, \frac{di}{dt} + u = 0\,, \qquad \frac{1}{C} \int (i - i_D)\, dt - u = 0$$

erhält man die Differentialgleichung des Systems in u:

$$L\, C\, \frac{d^2u}{dt^2} + \frac{du}{dt} \left(r\, C + L\, \frac{di_D}{du} \right) + u + r\, i_D \tag{10}$$

oder mit der Substitution $du/dt = v$

$$\dot{u} = v\,, \qquad \dot{v} = -\frac{u}{LC}(1 + r\alpha) - v\left(\frac{r}{L} + \frac{\alpha}{C}\right) + Q(u, v)\,. \tag{10a}$$

Im Polynom $Q(u, v)$ sind alle Terme zweiter und höherer Ordnung in u und v zusammengefasst. Der Koeffizient α entspricht dem reziproken Junctionwiderstand $1/R_j$ nach Figur 5.

Derartige autonome (t nicht explizit enthaltende) nichtlineare Differentialgleichungen sind von verschiedenen Autoren untersucht worden[14–18)25]. Eine qualitative Lösung von (10) findet man graphisch: Für jede Anfangsbedingung (u_0, v_0) ergibt sich in der Phasenebene (u, v) eine Phasenkurve, deren Gleichung man in differentieller Form aus (10a) erhält:

$$\frac{\dot{v}}{\dot{u}} = \frac{dv}{du} = \varphi(u, v)\,.$$

Sie gibt für jeden Punkt (u, v) explizit die Neigung der Tangente. Mit Hilfe einer Reihe von Isoklinen $dv/du = \text{const}$ kann die Phasenkurve rasch approximativ gezeichnet werden, womit eine Näherungslösung von (10) bekannt ist.

3.2. Stabilitätsbedingungen für einen Arbeitspunkt im negativen Ast

In der Phasenebene findet man die Gleichgewichtspunkte (singulären Punkte) unseres autonomen Systems aus der Bedingung $\dot{u} = \dot{v} = 0$. Entsprechend dem Ansatz (9) für i_D folgt für den Gleichstromarbeitspunkt als einzigen Gleichgewichtspunkt $u = v = 0$.

Zur Untersuchung der Stabilität des Arbeitspunktes genügt es nach einem Theorem von Liapounov[17)], die linearisierte Differentialgleichung zu betrachten. Man erhält dann aus (10a) unter Vernachlässigung des Termes $Q(u, v)$ die charakteristische Gleichung:

$$S^2 + S\left(\frac{r}{L} + \frac{\alpha}{C}\right) + \frac{1}{LC}(1 + r\alpha) = 0$$

mit den Wurzeln

$$S_{1,2} = -\frac{1}{2}\left(\frac{r}{L} + \frac{\alpha}{C}\right) \pm \sqrt{\frac{1}{4}\left(\frac{r}{L} + \frac{\alpha}{C}\right)^2 - \frac{1 + r\alpha}{LC}}\,.$$

In den positiven Ästen der Diodenkennlinie ist $\alpha < 0$ und die Lösung S_1, S_2 liegen in der linken komplexen S-Halbebene. Ein solcher Arbeitspunkt ist somit immer stabil. Im Gebiet der fallenden Charakteristik ist $\alpha < 0$ und es sind verschiedene Fälle möglich.

1. $$1 + r\alpha < 0\,.$$

Beide Wurzeln sind reell, aber von verschiedenem Vorzeichen. Der Arbeitspunkt ist unstabil. Der Nullpunkt der Phasenebene ist ein Sattelpunkt mit hyperbolischen Phasenkurven (Figur 7a).

2. $$0 < \frac{1 + r\alpha}{LC} < \frac{1}{4}\left(\frac{r}{L} + \frac{\alpha}{C}\right)^2,$$

Beide Wurzeln sind reell und von gleichem Vorzeichen. $u(t)$ verläuft aperiodisch. Für $(r/L) + (\alpha/C) > 0$ ist der Arbeitspunkt stabil und der $u(t)$ charakterisierende Punkt (u, v) läuft entlang der Phasenkurve gegen den Nullpunkt (Figur 7b). Ist $(r/L) + (\alpha/C) < 0$, so erhalten wir ein spiegelbildliches Phasenporträt und die Bewegung strebt vom Nullpunkt weg.

3. $$0 < \frac{1}{4}\left(\frac{r}{L} + \frac{\alpha}{C}\right)^2 < -\frac{1 + r\alpha}{LC}.$$

Die Wurzeln sind komplex konjugiert. Bei einer Abweichung vom Gleichgewicht stellt sich dieses mit einer gedämpften Schwingung ein, wenn $(r/L) + (\alpha/C) > 0$ (Figur 7c). Andernfalls ergibt sich eine periodische Schwingung um den Arbeitspunkt, deren Verlauf durch die nichtlinearen Terme in (10) bzw. (10a) bestimmt wird.

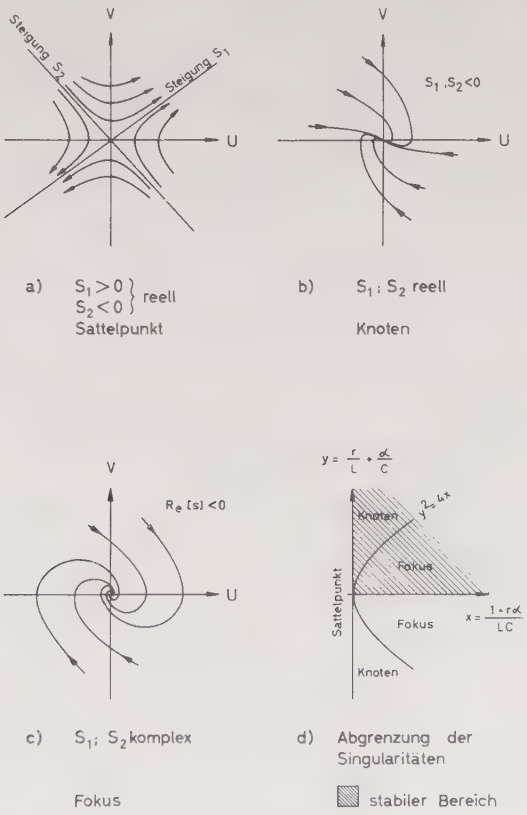

Fig. 7
Stabilitätsbetrachtung in der Phasenebene $[u, v]$.

Die verschiedenen Bereiche sind in Figur 7d dargestellt. Ein Arbeitspunkt im negativen Ast ist demzufolge nur stabil, wenn gleichzeitig gilt

$$1 + r\alpha > 0 \;\rightarrow\; r < |R_j|, \tag{11}$$

$$\frac{r}{L} + \frac{\alpha}{C} > 0 \;\rightarrow\; L < r\,|R_j|\,C. \tag{12}$$

3.3. Schwingungen bei kleiner Abweichung von der Stabilität

Wie bereits erwähnt wurde, nähern sich bei einem nichtstabilen Fokus die Phasenlinien mit zunehmendem t einer geschlossenen Kurve, dem sogenannten Grenzzykel. Dieser stellt den von den Anfangsbedingungen unabhängigen periodischen Verlauf $u(t)$ für grosses t dar.

Die sich einstellende Amplitude soll nachstehend berechnet werden. Zur Lösung solcher Probleme stehen verschiedene Methoden zur Verfügung[14])[15])[16]). Da wir uns auf eine erste Näherung beschränken wollen, genügen die anschaulichen Überlegungen nach ADRONOV und CHAIKIN[17]).

Mit $\omega_0^2 = (1 + r\,\alpha)/LC$ und $h = -\,[(r/L) + (\alpha/C)]$ erhalten wir aus (10a)

$$\ddot{u} + \omega_0^2\, u = Q(u, \dot{u}) + h\,\dot{u}$$

oder in allgemeinerer Form

$$\left.\begin{aligned} \ddot{u} + \omega^2 u &= (\omega^2 - \omega_0^2)\, u + Q(u, \dot{u}) + h\,\dot{u}\,, \\ &= f(u, \dot{u})\,. \end{aligned}\right\} \tag{13}$$

Wir betrachten

$$(\omega^2 - \omega_0^2)\, u(t) + Q[u(t); \dot{u}(t)] = G(t)$$

zunächst als externe periodische Störung mit der Periode $2\pi/\omega$

$$G(t) = \sum_{n=1}^{\infty} G_n \cos(n\,\omega\,t) + H_n \sin(n\,\omega\,t)\,,$$

h sei negativ (Dämpfung). Es ist offensichtlich, dass unter diesen Voraussetzungen die Lösung $u(t)$ der Differentialgleichung (13) einer reinen harmonischen Schwingung beliebig nahe kommt, wenn nur h klein genug ist.

Bei der betrachteten Tunneldiodenschaltung ist h im Bereich der fallenden Kennlinie positiv und verursacht das Anfachen der Schwingung. $G(t)$ ist eine im System enthaltene, durch die nichtlineare Kennlinie bedingte Störung, welche für kleine Amplituden periodisch in $2\pi/\omega$ ist und somit der oben gemachten Voraussetzung entspricht. Wir erhalten in erster Näherung wiederum eine sinusförmige Lösung

$$U_1(t) = K \sin \omega\, t. \tag{14}$$

Die Amplitude K ist abhängig von h. G_n und H_n sind ihrerseits Funktionen von K. In dieser ersten Näherung müssen in (13) die Grundfrequenzterme von $f(u, \dot{u})$ verschwinden. Daraus folgen die zwei Bestimmungsgleichungen für die Unbekannten K und ω:

$$\left.\begin{aligned} G_1 + \omega\, h\, K &= 0\,, \\ H_1 &= 0\,. \end{aligned}\right\} \tag{15}$$

Bevor wir zur expliziten Berechnung von ω und K übergehen, soll anhand einer Abschätzung des Klirrfaktors gezeigt werden, dass die Annahme einer Sinusschwingung als erste Näherungslösung auch berechtigt ist.

Wir setzen

$$U(t) = \sum_{n=1}^{\infty} K_n \sin(n\,\omega\,t)$$

und nehmen weiterhin an, $K_1 \gg K_{n+1}$, so dass in guter Näherung gilt

$$G(u, \dot{u}) = G(K_1 \sin(\omega t), \omega K_1 \cos(\omega t)).$$

Dann findet man, wie sich durch Einsetzen in (13) leicht verifizieren lässt

$$K_n^2 = \frac{G_n^2 + H_n^2}{(n^2-1)\,\omega^4 + n^2\,\omega^2\,h^2} < \frac{G_n^2 + H_n^2}{(n^2-1)\,\omega^4} \quad |_{n>1}.$$

Für den Klirrfaktor folgt somit

$$K^2 = \frac{\sum_{n=2}^{\infty} K_n^2}{K_1^2} < \frac{\sum_{n=2}^{\infty} \frac{G_n^2 + H_n^2}{n^2-1}}{\omega^4\,K_1^2}.$$

Die Grössen G_n und H_n ergeben sich aus (10) und (13). Unter Annahme eines Polynoms dritter Ordnung in (9) erhält man zum Beispiel

$$G_2^2 + H_2^2 \approx \omega^4\,\beta^2\,K_1^2 \left(\frac{1}{\omega^2\,C^2} + \frac{r^2}{4\,(1+r\,\alpha)^2}\right)$$

$$G_3^2 + H_3^2 \approx \omega^4\,\gamma^2\,K_1^6 \left(\frac{3}{4\,\omega^2\,C^2} + \frac{r^2}{16\,(1+r\,\alpha)^2}\right) \qquad \omega \approx \omega_0$$

Für eine typische Hochfrequenzdiode wurden beim Arbeitspunkt $U_0 = 180$ mV mit den in Abschnitt 5 beschriebenen Messeinrichtungen folgende Werte bestimmt:

	Koeffizient nach (9)
$f = 650$ MHz	$\alpha = -9{,}93 \cdot 10^{-3}$ [mA/mV],
$C = 2{,}4$ pF	$\beta = -2{,}0 \cdot 10^{-5}$ [mA/mV^2],
$K_1 = 10$ mV	$\gamma = 4{,}5 \cdot 10^{-7}$ [mA/mV^3].

Nach den obigen Abschätzungen ergibt sich ein Klirrfaktor $k < 1{,}5\%$. Bei einer Schwingung über den ganzen Bereich der negativen Kennlinie ($K_1 = 100$ mV) wird $k < 20\%$. Die Frequenzverschiebung beträgt ebenfalls nur wenige Prozent, so dass in guter Näherung $\omega^2 \approx \omega_0^2 = (1 + r\,\alpha)/(L\,C)$ gesetzt werden darf. Ferner sieht man, dass bei Verringerung von r der Klirrfaktor abnimmt, gleichzeitig aber die Frequenz steigt. SCHULLER und GÄRTNER haben das resultierende Amplitudenspektrum mit Hilfe eines Computers berechnet[18]). Sie erhalten für Amplituden, die über den negativen Ast hinausgehen, noch einen Klirrfaktor unter 10%. Dies rührt davon her, dass sie ihren Rechnungen als Seriewiderstand r nur den Zuleitungswiderstand r_s zugrunde legten, eine Voraussetzung, deren Einfluss infolge der maschinellen Auswertung nicht direkt ersichtlich ist.

Wir schliessen aus diesen Betrachtungen, dass die Annahme eines sinusförmigen Verlaufs von $U(t)$ für kleine Schwingungsamplituden berechtigt ist und wollen nun K und ω nach (15) berechnen.

Die Diodenkennlinie werde durch ein Polynom fünften Grades angenähert:

$$i_D = P_5(u) - \alpha u + \beta u^2 + \gamma u^3 + \delta u^4 + \varepsilon u^5 .$$

Mit $\omega^2 - \omega_0^2 = \Omega^2$ folgt für $f(u, \dot{u})$

$$f(u, \dot{u}) = \Omega^2 u - K \omega \cos(\omega t) \left[\frac{r}{L} + \frac{1}{C} \frac{d P_5(u)}{d u} \right] - \frac{1}{L C} [P_5(u) - \alpha u]$$

mit $u = K \cdot \sin(\omega t)$

Die Bedingung verschwindender Grundfrequenzterme in $f(u, \dot{u})$ führt auf die beiden Gleichungen

$$\phi(K) = K \left(h - \frac{3 \gamma K^2}{4 C} - \frac{5 \varepsilon K^4}{8 C} \right) = 0 , \tag{16}$$

$$\psi(K, \Omega) = K \left(\Omega^2 - \frac{3 \gamma K^2 r}{4 L C} - \frac{5 \varepsilon K^4 r}{8 L C} \right) = 0 . \tag{17}$$

Figur 8 zeigt den prinzipiellen Verlauf von K als Funktion von h nach Gleichung (16). Von Bedeutung ist nur die obere Halbebene.

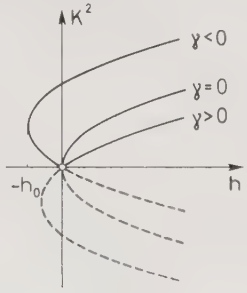

Fig. 8
Amplitudenverlauf nach Gleichung (16)

Unsere bisherigen Überlegungen liefern keine Grundlage zur Beurteilung der Stabilität der Schwingungsamplitude. Hierzu ist eine tiefergehende Analyse notwendig, wie sie zum Beispiel von VAN DER POL[15]) mit Hilfe der Darstellung in der Phasenebene durchgeführt wurde. Durch Transformation auf ein mitrotierendes Koordinatensystem erhält er die Hilfsgleichung $\dot{K} = \text{const}\, \Phi(K)$, die man als Differentialgleichung einer geführten Bewegung auffassen kann. Die Gleichgewichtspunkte K_i ergeben sich aus $K = 0$, was Gleichung (16) entspricht. Das Gleichgewicht ist stabil bei $(d\dot{K}_i)/(dK) < 0$. Demnach ist eine Schwingung mit der Amplitude K_i stabil, wenn gilt

$$\frac{d \phi(K_i)}{dK} < 0 .$$

Die Lösung $K = 0$ erfüllt diese Bedingung solange $h < 0$. Mit $\varepsilon > 0$*) ist K in der ganzen oberen Halbebene stabil wenn $\gamma > 0$.

*) ε bestimmt nach (16) das Verhalten für grosses h, wo die Annahme eines sinusförmigen Verlaufes von $u(t)$ nicht mehr berechtigt ist. Die Amplitude der Schwingung ist dort praktisch unabhängig von h. Die Annahme $\varepsilon > 0$ trägt dem in erster Näherung Rechnung. Sie hat auf kleine h in der Umgebung des Nullpunktes keinen Einfluss.

Ist $\gamma < 0$, so ist nur der Parabelast oberhalb des Scheitels stabil (Figur 8). Wie erhalten also zwei grundsätzlich verschiedene Verhalten. Mit $\gamma > 0$ ist für $h < 0$ die Amplitude stets null (stabiler Arbeitspunkt). Für $h > 0$ wächst K kontinuierlich, der Einsatz der Schwingung ist «weich» (Figur 9a). Ist $\gamma < 0$, so ist für stark negatives h die Amplitude null. Lässt man nun h kontinuierlich grösser werden, so springt K bei $h = 0$ auf einen grossen Wert, der durch die Nichtlinearität der Kennlinie gegeben ist und unter Umständen ausserhalb der Gültigkeit unserer Näherung liegt. Macht man nun h wieder kleiner, so nimmt die Amplitude nur schwach ab und fällt bei $h = h_0$ auf null zurück (Figur 9b). Es ergibt sich eine Hysterese, das typische Kennzeichen der «hart» einsetzenden Schwingung.

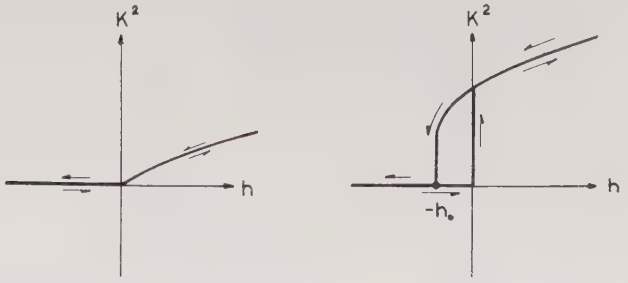

Fig. 9a Fig. 9b

Arten des Anschwingens

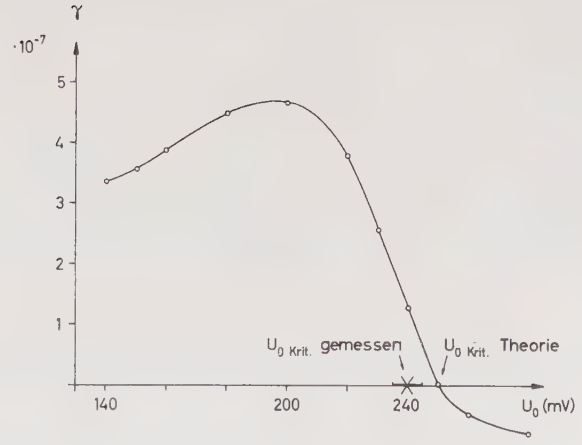

Fig. 10

Koeffizient $\gamma = f(U_0)$ des kubischen Gliedes in $i_D = P_5(u)$, gerechnet aus der Messung von R_j

Die Grenze zwischen weichem und hartem Einsatz ist durch $\gamma = 0 = \gamma(U_{0\,krit})$ gegeben. Die Spannung $U_{0\,krit}$ entspricht dem Wendepunkt der Kurve $G_j = [R_j(U_0)]^{-1}$. Der in Figur 16 dargestellte Verlauf von G_j ist typisch für alle Tunneldioden. Man wird deshalb für $U_0 < U_{0\,krit}$ einen weichen und für $U_0 < U_{0\,krit}$ einen harten Schwingungseinsatz erwarten. Beide Arten des Anschwingens konnten experimentell eindeutig

nachgewiesen werden. Wie Figur 10 zeigt, stimmen Theorie und Messung gut überein, besonders, wenn man in Betracht zieht, dass der Einsatz der harten Schwingung eine Arbeitspunktverschiebung von einigen mV verursacht, die hier nicht berücksichtigt wurde. Das auch von anderen Autoren[18]) beobachtete, unterschiedliche Anschwingen lässt sich somit durch die nichtsymmetrische Kennlinie und den daraus resultierenden Vorzeichenwechsel von γ erklären.

Für einen Arbeitspunkt mit positivem γ ($U_0 = 180$ mV) wurde die Schwingungsamplitude in Funktion von h gemessen. Auch hier ergibt sich Übereinstimmung innerhalb der Messfehler (Figur 11).

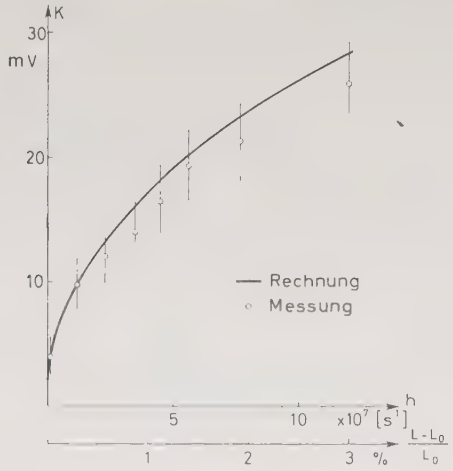

Fig. 11
Schwingungsamplitude in Funktion der Induktivität

Aus Gleichung (17) ermittelt man schliesslich die Frequenzkorrektur Ω^2. In unserer Versuchsanordnung variierten wir h durch Änderung von L. Da sich ω_0^2 und Ω^2 mit L gegenläufig ändern, bleibt ω^2 annähernd konstant. Bei einer Amplitude $K = 30$ mV ermittelt man in Übereinstimmung mit der Messung eine Frequenzabnahme um 1%.

Die beschriebene Messung der Amplitude ist ziemlich schwierig. Wie aus Figur 11 hervorgeht, darf die Induktivität nur um einige Prozente über ihren kritischen Wert vergrössert werden. Dieser liegt für die untersuchten Dioden um 13 nH. Die Differenz $L - L_0$ liess sich mit einer Genauigkeit von $0{,}001 \cdot L_0$ ermitteln. Die Spannungsmessung ist ebenfalls mit einer systematischen Unsicherheit von $\pm$ 10% behaftet. Daraus resultiert der relativ grosse Messfehler in Figur 11.

4. Messeinrichtungen

Zur Bestimmung der Gleichstromkennlinie und der Parameter des Ersatzschemas sind verschiedene Verfahren angegeben worden[19–22]). Sie beruhen auf Impedanzmessungen, wobei die Aufspaltung in die einzelnen Elemente durch spezielle Wahl des Arbeitspunktes und der Messfrequenz erfolgt.

Es soll in Abschnitt 4.2. eine weitere Methode beschrieben werden, die unter Heranziehung der Stabilitätskriterien eine einfache Ermittlung einzelner Parameter im negativen Ast der Kennlinie ermöglicht.

4.1. Messung der Gleichstromkennlinie

Damit die Charakteristik einer Tunneldiode auch im negativen Teil gemessen werden kann, hat die Schaltung den Stabilitätsbedingungen nach Abschnitt 3.2. zu genügen. Der gesamte Seriewiderstand r muss demzufolge kleiner als $R_{j\,min}$ sein. Er soll aber innerhalb dieser Einschränkung möglichst gross gemacht werden, um die Anforderungen an die zulässige Induktivität $L < r \mid R_j \mid C$ nicht unnötig zu verschärfen.

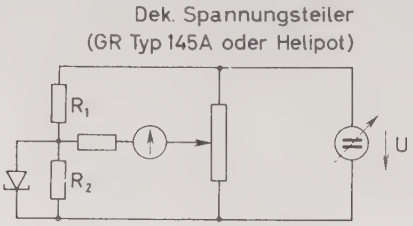

Fig. 12
Messung der Gleichstromkennlinie

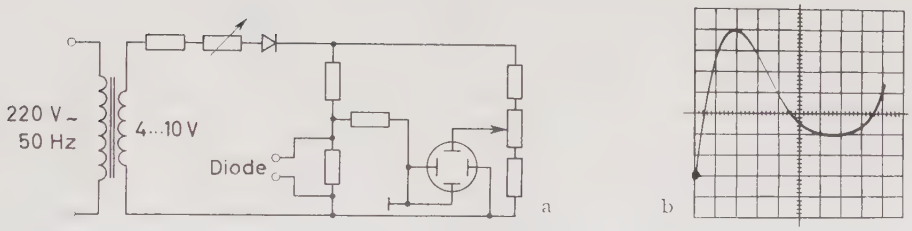

Fig. 13
a Kennlinienschreiber, b Kennlinie einer HF-Diode: $(R_j\,C)_{min} = 2 \cdot 10^{-10}$

Für Präzisionsmessungen hat sich die Anordnung nach Figur 12 am besten bewährt. Die Brücke wird zunächst ohne Diode abgeglichen und liefert das Spannungsteilerverhältnis $a = R_2/(R_1 + R_2)$. Schaltet man nun die Diode parallel zu R_2, so entsteht über R_1 ein zusätzlicher Spannungsabfall $\Delta U = a \cdot R_1 \cdot I_D$. Der erneute Abgleich liefere das Teilerverhältnis b. Daraus folgt für Diodenspannung und -strom:

$$U_D = b\,U \quad \text{und} \quad \Delta U = (a - b)\,U = a\,R_1\,I_D$$

oder

$$I_D = \frac{U}{R_1}\,\frac{a-b}{a}\,.$$

Durch enge Verdrahtung mit einem $^1/_3$ W Schichtwiderstand als R_2 konnten alle unsere Dioden stabil ausgemessen werden. Taucht man die Schaltung in Methylalkohol,

der hochfrequente Schwingungen stark dämpft, so ergibt sich eine zusätzliche Stabilisierung[23]).

Für Routinemessung lässt sich die Anordnung nach Figur 12 in einen einfachen Kennlinienschreiber abwandeln (Figur 13a). Die Dimensionierung muss dem jeweiligen Diodentyp und der Empfindlichkeit des Oszillographen angepasst werden.

4.2. Bestimmung der differentiellen Parameter

4.2.1. Zuleitungswiderstand und Junctionwiderstand

Für Tonfrequenzen sind ωL und ωC vernachlässigbar klein. In einer Brückenanordnung nach Figur 14 misst man deshalb als Diodenimpedanz die Summe $R_D = r_s + R_j$. Wie im vorangehenden Abschnitt gezeigt wurde, muss dabei im negativen Kennlinienast der Widerstand R_2 parallel zur Diode geschaltet werden, so, dass die Stabilitätsbedingungen erfüllt sind.

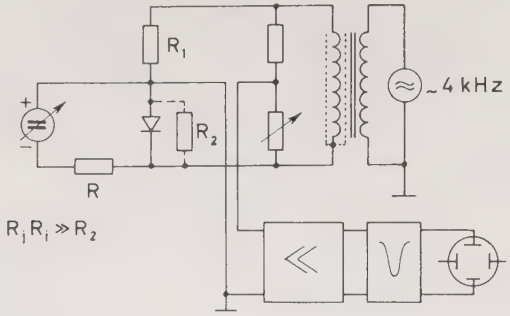

Fig. 14
Brücke zur Bestimmung von $R_D = r_s + R_j$

Der Junctionwiderstand wird mit zunehmendem negativem Strom immer kleiner. r_s und R_j lassen sich jedoch selbst bei extremen negativen Vorspannungen nicht eindeutig trennen. In einer früheren Arbeit[24]) wurde gezeigt, dass die Bestimmung des Zuleitungswiderstandes daher am besten durch Vergleich mit der Theorie der Kennlinie erfolgt:

Über der Raumladungszone liegt die Spannung $V = V_i - U$ (vgl. Abschnitt 1.2.) und für das Feld gilt die Beziehung $F \sim V^{1/2}$. Aus Gleichung (5) folgt ferner, dass für kleine negative Vorspannungen das Esaki-Integral annähernd proportional zu U ist. Nach Gleichung (1) findet man unter diesen Voraussetzungen

$$I \sim U\, V^{\varrho/2} \exp\left(-c\, V^{-1/2}\right)$$

und

$$\frac{d(\ln I)}{d(\ln U)} = \frac{d(\ln I)}{dU}\, U = 1 - \frac{\varrho\, U}{2\, V} - \frac{c\, U}{2\, V^{3/2}}.$$

Da $|U| \ll V_i$ erhalten wir in guter Approximation

$$\frac{d(\ln I)}{d(\ln U)} = \frac{dI}{I}\,\frac{U}{dU} = \frac{U}{I}\,\frac{1}{R_j} = 1 - \text{const}\, U. \qquad (18)$$

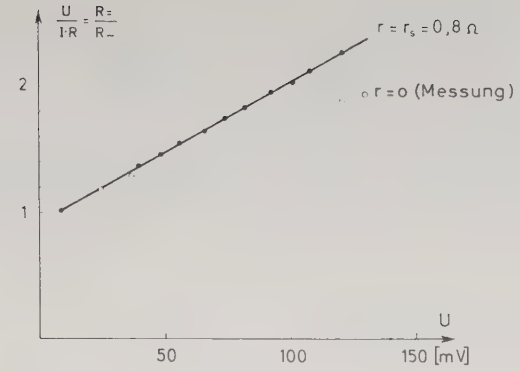

Fig. 15
Bestimmung des Zuleitungswiderstandes (Bell Labordiode)

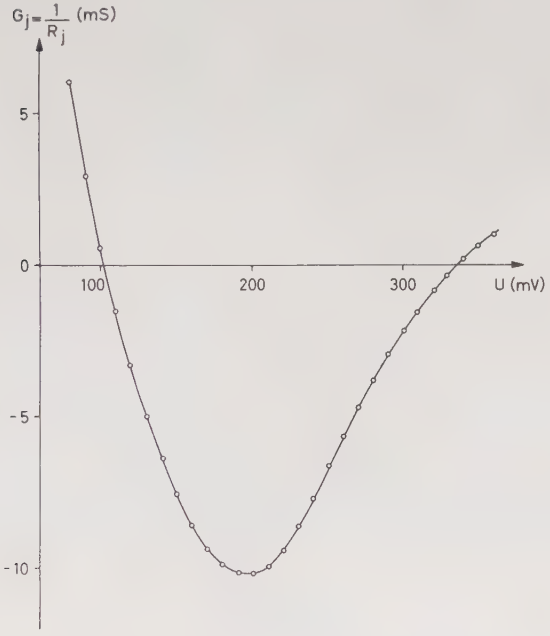

Fig. 16
Junctionleitwert

$d(\ln I)/d(\ln U)$ liefert somit über U aufgetragen eine Gerade. Bezeichnen wir die an den Klemmen gemessenen Werte mit I_D, U_D und $R_D = dU_D/dI_D$, so wird bei Vorhandensein eines Seriewiderstandes r

$$U = U_D - r\, I_D \text{ und } R_j = R_D - r\,.$$

Wir können also (18) in den gemessenen Werten U_D, I_D und R_D ausdrücken und mit r als Parameter auftragen. Die Krümmung der Kurve $d(\ln I)/d(\ln U) = f(U)$ ist stark

von r abhängig, so dass der auf eine Gerade führende Wert des Zuleitungswiderstandes $r = r_s$ rasch ermittelt werden kann (Figur 15). Der Junctionwiderstand folgt dann aus $R_j = R_D - r_s$ (Figur 16). Wir erachten diese Methode als die zuverlässigste heute bekannte Bestimmungsart von r_s*).

R_D wurde bei negativen Vorspannungen mit einer Hochfrequenzmessbrücke ebenfalls bei 100...900 MHz gemessen. Für R_j ergab sich keine Änderung mit der Frequenz. r_s zeigte bei einzelnen Diodengehäusen eine auf Skineffekt zurückzuführende Zunahme[24]).

4.2.2. Junctionkapazität und Zuleitungsinduktivität

Die Bestimmung von C und L_s ist nach den üblichen Verfahren[19])[20])[21]) ziemlich umständlich, da parallel zu C noch der Junctionwiderstand R_j liegt. Einzig im Talpunkt und im Spitzenpunkt der Kennlinie fällt diese Einschränkung weg. Die kleinen Werte der Parameter erfordern jedoch eine Hochfrequenzmessbrücke, wobei mit verschiedenen Frequenzen gemessen werden muss, um eine Trennung von L_s und C vornehmen zu können. Zusätzliche Komplikationen ergeben sich, wenn solche Messungen bei einem Arbeitspunkt im negativen Ast der Kennlinie durchgeführt werden sollen, da dort noch der zur Stabilität notwendige Dämpfungswiderstand zu berücksichtigen ist.

Diese Stabilitätsvorschriften gestatten hingegen, C und L_s auf andere Weise zu bestimmen. In Abschnitt 3.2. wurde gezeigt, dass der Arbeitspunkt im negativen Ast stabil ist, wenn gleichzeitig gilt:

$$\frac{1+r\alpha}{LC} > 0 \quad \text{und} \quad \frac{r}{L} + \frac{\alpha}{C} > 0.$$

Man schaltet nun in der Brücke nach Figur 14 eine variable Induktivität L in Serie zur Diode und verkleinert den Ausdruck $[(r/L) + (\alpha/C)]$ kontinuierlich. Für $[(r/L) + (\alpha/C)] < 0$ wird sich eine Schwingung um den Arbeitspunkt einstellen, denn für kleine negative Werte von $[(r/L) + (\alpha/C)]$ ist sicher $^1/_4\,[(r/L) + (\alpha/C)]^2 < (1+r\alpha)/(LC)$. Nach den Untersuchungen in Abschnitt 3.3. ist die Amplitude dieser Schwingung davon abhängig, ob die Ruhespannung U_0 des Arbeitspunktes grösser oder kleiner als U_{0krit} ist. Es sei $U_0 < U_{0krit}$. Die Schwingung wächst dann mit grösser werdendem L stetig an. Man bestimmt die kritische Induktivität L_0, bei der die Schwingung einsetzt. Die totale in Serie geschaltete Induktivität beträgt somit $L_{tot} = L_0 + L_s$ und es gilt

$$h = -\left(\frac{r}{L_0+L_s} + \frac{\alpha}{C}\right) = 0. \tag{19}$$

Für die Frequenz folgt nach 3.3.

$$\omega_0^2 = \frac{1+r\alpha}{LC}, \tag{20}$$

wobei wir gezeigt haben, dass bei kleiner positiver Abweichung der Induktivität von L_0 die sich einstellende Frequenz praktisch unverändert bleibt. Die Messung von ω_0 ist daher nicht empfindlich auf den exakt eingestellten Wert L_0.

*) Bonin und Biard weisen in einer eben erschienenen Arbeit gleichfalls auf die Unzulänglichkeit der üblichen Bestimmung von r_s hin und schlagen eine analoge Ermittlung aus der Theorie der Kennlinie vor[26]).

Aus den Gleichungen (19) und (20) lassen sich C und L_s bestimmen

$$C = \frac{L_0 + L_s}{r \mid R_j \mid} = \frac{L_0 + L_s}{\omega_0^2 (L_0 + L_s)^2 + r^2},$$

$$L_s \approx \frac{r \mid R_j \mid - (r^2 + \omega_0^2 L_0^2)}{2 \omega_0^2 L_0}. \qquad (L_s \ll L_0)$$

L_s folgt aus der Differenz von unabhängig voneinander bestimmten Werten gleicher Grössenordnung. Es ist deshalb ein grösserer Messfehler zu erwarten.

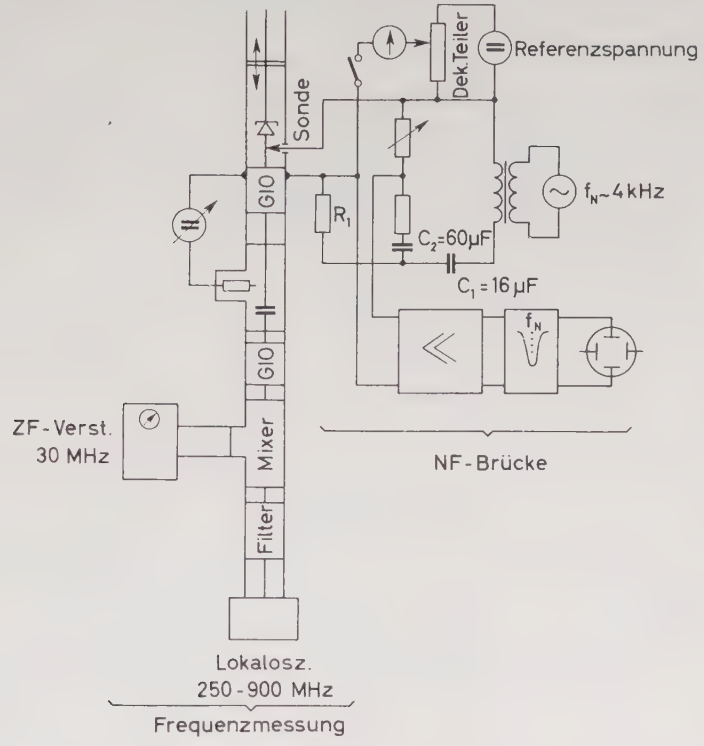

Fig. 17
Messapparatur

In den ersten Versuchen benutzten wir eine Zweidraht-Lecherleitung als variable Induktivität. Zur Ausmessung schneller Dioden wurde die Apparatur koaxial aufgebaut (Figur 17). Die zur Ermittlung von R_j dienende Niederfrequenzbrücke ist über eine Sonde mit dem Innenleiter des Koaxialsystems verbunden und wird während der Bestimmung von L_0 und ω_0 abgetrennt. Durch die Kopplungskondensatoren C_1 und C_2 wird verhindert, dass sich der Gleichstromarbeitspunkt infolge dieser Abtrennung verschiebt.

Als Widerstand R_2 dient der Wellenwiderstand der Frequenzmessapparatur (Figur 17). Die Gleichstromzuführung erfolgt hochohmig in den Koaxialteil. Die bei-

den Attenuatoren (G 10) dämpfen restliche Reflexionen. Die Eingangsimpedanz dieser Messkette wurde auf einer Hochfrequenzmessbrücke (General Radio Typ 1607 A) geprüft. Innerhalb der Messgenauigkeit konnte kein Blindanteil festgestellt werden. Die Anzeige des Zwischenfrequenzverstärkers wurde mit einem Meßsender geeicht, so dass die Schwingamplituden absolut gemessen werden konnten (vgl. Figur 11).

Die Induktivität besteht aus einer kurzgeschlossenen 50-Ω-Leitung von 0...20 cm Länge (umgebauter GR-Stub). Da die ohmschen Verluste dieser Leitung gegenüber dem Blindwiderstand sehr klein sind, gilt für ihre Eingangsimpedanz angenähert

$$Z(\omega, l) = R_L(\omega, l) + j\,50\ \mathrm{tg}\left(\frac{2\pi l}{\lambda}\right)$$

mit der Leitungslänge l und der Wellenlänge λ.

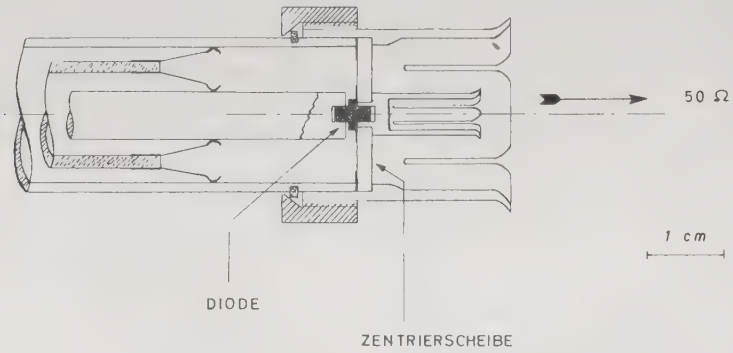

Fig. 18
Diodenhalterung

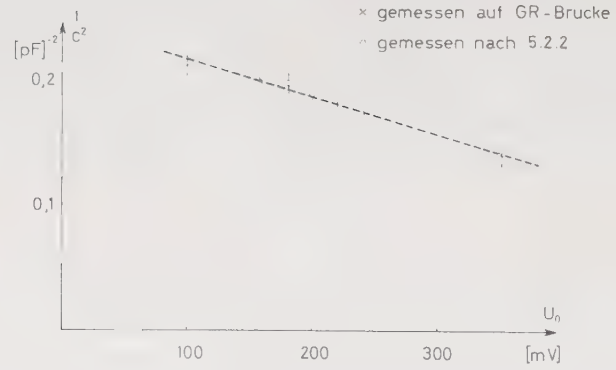

Fig. 19
Diodenkapazität

Mit Hilfe einer blinden Diode, das heisst einer metallischen Nachbildung der äusseren Diodenform, wurden für die Induktivität samt Diodenhalterung (Figur 18) entsprechende Eichkurven aufgenommen. Die Messungen erfolgten mit der bereits

erwähnten Hochfrequenzmessbrücke. Für den Blindanteil ergab sich eine sehr gute Übereinstimmung mit dem angegebenen Tangensgesetz.

Der Wirkwiderstand $R_L(\omega, l)$ beträgt bei den gemessenen Frequenzen von 600...800 MHz ungefähr 1,5 Ω. Er ist in Serie zu R_2 zu berücksichtigen.

Mit dieser Apparatur liessen sich C und L_s für verschiedene Dioden bei Vorspannungen zwischen 120...240 mV ermitteln.

Die Kapazität wurde zudem mit der Hochfrequenzmessbrücke im Spitzen- und Talpunkt bestimmt. Typische Resultate sind in Figur 19 aufgetragen. Die beiden Messmethoden liefern übereinstimmende Ergebnisse. Das erwartete Wurzelgesetz für die Kapazität findet sich bestätigt. Für die Zuleitungsinduktivität erhält man $L_s = 0{,}7 \pm 0{,}2$ nH.

Herrn Prof. Dr. E. Baldinger, unter dessen Leitung die vorliegende Arbeit entstanden ist, danke ich für seine grosszügige Unterstützung und die vielen wertvollen Ratschläge, ebenso Herrn PD Dr. W. Czaja für die zahlreichen anregenden Diskussionen. Dem Schweizerischen Nationalfonds zur Förderung der wissenschaftlichen Forschung danken wir für den finanziellen Beitrag.

Literatur

[1] E. Baldinger und U. Spycher, ZAMP *XI*, 518 (1960).
[2] W. Franz, *Handbuch der Physik 17*, 155 (Springer-Verlag Berlin 1956).
[3] A. G. Chynoweth, W. L. Feldmann, R. A. Logan, G. L. Pearson, P. Aigrain, Phys. Rev., *118*, 425 (1960).
[4] L. Esaki und Y. Miyahara, Solid State Electronics *1*, 13 (1960).
[5] L. Esaki, Phys. Rev. *109*, 603 (1958).
[6] I. A. Lesk, N. Holonyak, U. S. Davidsohn, M. U. Aarons, 1959 IRE Wescon Convention Record, Part. 3, 9 (1959).
[7] R. N. Hall, IRE Trans. *ED-7*, 1 (1960).
[8] A. G. Chynoweth, W. L. Feldmann, R. A. Logan, Phys. Rev. *121*, 684 (1961).
[9] G. Winstel, Z. Naturforschung *16a*, 438 (1961).
[10] Y. Furukawa, J. Phys. Soc. Japan *15*, 1130 (1960).
[11] Y. Furukawa, J. Phys. Soc. Japan *15*, 730 (1960).
[12] G. Winstel und W. Heywang, Z. Naturforschung *16a*, 440 (1961).
[13] H. S. Sommers Jr., Proc. IRE *47*, 1201 (1959).
[14] H. Poincaré, J. Math. *3*, (1881).
[15] B. van der Pol, Phil. Mag. *2*, (1926).
[16] N. Minorsky, Trans. IRE, *CT-7*, 368 (1960).
[17] A. Adronov und S. Chaikin, «*Theory of Oscillations*», übersetzt von S. Lefschetz, Princeton University Press, Princeton (1949) (ausführliche Darstellung).
[18] M. Schuller und W. W. Gärtner, Proc. IRE *49*, 1268 (1961).
[19] A. M. Goodman, Rev. Sc. Instr. *31*, 286 (1960).
[20] General Radio Experimenter Juli/Aug. (1960).
[21] H. Fukuj, Int. Solid State Circuit Conf. 1961, Digest Tech. Papers 16, (1961).
[22] H. W. Card, IRE Trans. *ED-8*, 215 (1961).
[23] R. A. Kaenel, Bell Telephone Laboratories, persönliche Mitteilung.
[24] E. Baldinger und U. Spycher, HPA *34*, 420 (1961).
[25] J. K. Moser, IBM *J.* Research and Development *5*, 226 (1961).
[26] E. L. Bonin und I. R. Biard, Proc. IRE *49*, 1679 (1961).

Curriculum vitae

Ich, Ulrich Spycher von Köniz, wurde am 25. Juli 1932 in Langenthal als Sohn des Paul Emil Spycher und der Johanna geb. Aellen geboren. Mein Vater ist Inhaber eines Notariatsbüros.

Nach dem Besuch der Primar- und Sekundarschule in Langenthal trat ich 1948 ins Obergymnasium Burgdorf ein. 1951 bestand ich die Maturitätsprüfung Typus C. Nach praktischer Werkstatt-Tätigkeit in den Ateliers de Sécheron in Genf immatrikulierte ich mich 1952 an der Abteilung für Elektrotechnik der Eidgenössischen Technischen Hochschule in Zürich. 1957 schloss ich diese Studien mit dem Diplom als Elektroingenieur ab. Während der anschliessenden anderthalb Jahre war ich Unterrichtsassistent am Institut für Fernmeldetechnik der ETH (Prof. H. Weber). Seit 1959 arbeite ich als Mitarbeiter in der Anstalt für Angewandte Physik der Universität Basel (Prof. Dr. E. Baldinger). 1960 immatrikulierte ich mich an der Philosophisch-Naturwissenschaftlichen Fakultät der Universität Basel mit Hauptstudienrichtung Experimentalphysik. 1961 legte ich das Nebenfachexamen in Mathematik ab. Die übrigen Nebenfachprüfungen wurden mir auf Grund des ETH-Diplomes erlassen.

Während meiner Studien an der ETH habe ich Vorlesungen und Übungen der Herren Professoren B. Bauer, E. Dünner, E. Gerecke, A. Leyer, W. Saxer, P. Scherrer, E. Stiefel, M. Strutt, F. Tank, H. Weber und H. Ziegler besucht. In Basel hörte ich Vorlesungen der Herren Professoren und Privatdozenten E. Baldinger, E. Baumgartner, W. Czaja und P. Huber.

Die vorliegende Arbeit ist unter der Leitung von Herrn Prof. Dr. E. Baldinger entstanden.